



Universidade do Minho
Escola de Ciências

Departamento de Matemática e Aplicações

AH, APANHEI-TE

Um tributo a Martin Gardner

21 de outubro de 2014

Os cinco membros de um clube de fans do Martin Gardner de idades diferentes têm uma coleção de 100 livros deste autor. Na sede do clube, decidem dividir os livros segundo o seguinte método: o membro mais velho propõe como dividir os livros e todos os membros votam a favor ou contra. Se pelo menos 50% dos membros votar a favor, então, os livros são divididos desse modo. Caso contrário, o membro que propôs a divisão é banido do clube e fica proibido de ler qualquer texto escrito por Martin Gardner e o processo repete-se com os restantes membros.

Como os membros são pessoas maldosas, se um membro ficasse com o mesmo número de livros quer votasse a favor ou contra uma dada proposta, ele vai votar contra só para que o membro mais velho nunca mais possa ler um livro de Martin Gardner. Assumindo que os cinco membros são inteligentes, racionais, invejosos e não querem deixar de ler os livros de Martin Gardner, o que acontecerá?

SOLUÇÃO

Sejam A, B, C, D e E os membros, por ordem decrescente de idades.

No máximo, 3 membros são banidos. Para o membro C ser banido, os membros D e E têm de votar contra a sua proposta. Neste caso, ficam apenas os membros D e E, e o membro D propõe ficar ele com os 100 livros. Se o membro D votar a favor e o membro E votar contra, a proposta é aprovada (com 50% dos votos). Neste sentido, o membro E deve votar a favor da proposta do membro C. E qual é essa proposta? O membro C propõe ficar ele com 99 livros e dar um livro ao membro E (se não der, como votando a favor ou contra, o membro E fica sem livros, este irá votar contra a proposta do membro C). Assim, os membros C e E votam a favor da proposta do membro C e o D vota contra. Mas esta situação só acontece porque o membro D terá votado contra a proposta do membro B (só assim se justifica o facto de B ser banido). Logo, para ficar com algum livro, o membro D deverá votar a favor da proposta do membro B. Esta proposta deverá ser ficar B com 99 livros e D com 1 livro. Mas esta proposta só será feita se o membro A for banido. Para isso não acontecer, os membros C e E devem votar a favor da proposta de A. Para tal, terão de ficar com algum livro.

Conclusão: a proposta do membro A é ele ficar com 98 livros e dar 1 livro a cada um dos membros C e E.